Sobre Tamanhos de Memória no *Minority Game*

Ricardo Matsumura de Araújo [1] **, Luís C. Lamb** [1]

[1]Instituto de Informática – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Caixa Postal 15064 – 90501-970 Porto Alegre, RS

`rmaraujo@inf.ufrgs.br, lamb@inf.ufrgs.br`

Abstract. *The analysis of Minority Game scenario lays at the intersection of Artificial Intelligence, Economics and Statistical Physics. We present experimental results about the game aiming at studying such a scenario under an AI perspective. By means of an analysis of the role of memory as a parameter in the game, but focusing on the agent and not in the game as a whole, we show that the game has previously unexploited complexity features. Finally, we aim at determining how such a parameter affects decisions made in the construction of an efficient agent, and at establishing the relationship of such decisions with the global dynamics of the game.*

Resumo. *Apresentamos estudos experimentais sobre um cenário conhecido como "Minority Game´´ que situa-se na intersecção da inteligência artificial, da economia e da física estatística. Estes estudos visam a situar tal jogo, e outros semelhantes, dentro de um contexto mais próximo da área de IA. Através desta perspectiva, mostramos que o jogo possui complexidades antes inexploradas. Analisamos o papel de um parâmetro básico do jogo, seu tamanho de memória, mas focando no agente e não no sistema como um todo. Finalmente, verificamos como esse parâmetro influencia decisões na construção de um agente eficaz, assim como a interrelação destas decisões com a dinâmica global do jogo.*

1. Introdução

As contribuições da Economia em Inteligência Artificial (IA) datam da utilização do algoritmo Minimax, originado na Teoria dos Jogos, como base em algoritmos eficientes de busca em diversos tipos de jogos a serem jogados por máquinas, como o xadrez. A Teoria de Jogos tem sido provavelmente a principal subárea de contato entre as duas disciplinas (Boutilier et al. 1997). Porém, uma tendência recente é a de uma interação e contribuição entre as áreas ainda maior.

Uma das principais diferenças históricas entre Economia e IA está no conceito de *racionalidade* (Russell 1997). Enquanto a IA preocupa-se em construir agentes que lidem de forma eficaz com o ambiente onde estão inseridos, a Economia toma tais agentes como dados. Em particular, na maioria dos modelos econômicos estes agentes são considerados como agentes racionalmente perfeitos, isto é, são capazes de tomar a *melhor* decisão em todas ocasiões. Como conseqüência, a preocupação sobre *como* as decisões são tomadas e com os processos que definem um agente são praticamente irrelevantes. Naturalmente, tal suposição não pode ser feita em IA.

Porém, desde a década de 50 o economista Herbert Simon sustentou a posição de que modelos econômicos apresentam problemas devido à suposição de que agentes envolvidos são racionalmente perfeitos (Simon 1955), uma vez que tais agentes são pessoas. Simon baseou-se principalmente em estudos da psicologia e cognição onde evidenciam-se fortes limitações na capacidade de decisão de agentes humanos (veja, e.g., (Kahneman 2003) para uma revisão do assunto). Simon propôs que os modelos incluíssem de forma explícita os processos que regulam as decisões, incluindo quaisquer limitações. Devido a isto, o tipo de racionalidade envolvida nestes modelos foi denominada *racionalidade limitada* [1] (Rubinstein 1998).

A abordagem de Simon sofreu diversas críticas. O maior problema com a abordagem foi a falta de uma proposta de um modelo consistente para substituição da racionalidade perfeita. Como colocado em (Arthur 1994): *"O problema não é se a racionalidade perfeita funciona, mas sim o que colocar no seu lugar"*.

Adicionalmente, diversos modelos foram identificados onde o resultado global (por exemplo, preço final de algum produto) independe do tipo de racionalidade dos agentes. Um modelo em particular foi proposto por Brian Arthur e ficou conhecido como o Problema do Bar El Farol (Arthur 1994). Neste modelo, N agentes tem de decidir entre ir ou não a um bar (El Farol) em determinado dia da semana. A estada no bar é agradável apenas se este não estiver lotado, i.e. o número de agentes no bar não supera um determinado limite L. Supondo-se agentes dotados de racionalidade perfeita, pode-se utilizar a Teoria dos Jogos para determinar a média esperada de agentes no bar (que, neste caso, é exatamente L). Porém, Arthur não assumiu racionalidade perfeita e definiu os processos pelos quais agentes tomam suas decisões: cada agente analisa o número de agentes no bar no passado e utiliza regras simples para tentar prever o número de agentes na semana seguinte. Através de simulações, Arthur verificou que a média do número de agentes no bar coincide com a determinada pela Teoria dos Jogos.

Posteriormente, o físico Y.-C. Zhang (Challet and Zhang 1997) observou que o modelo proposto por Arthur possui semelhanças com determinadas estruturas estudadas por físicos e propôs uma simplificação do problema que permitisse a utilização de ferramentas da física para seu estudo. A esta simplificação foi dado o nome de *Minority Game*[2], que ilustra uma crescente intersecção entre a Física e a Economia denominada *Econofísica* (Farmer 1999).

No *Minority Game* (MG), bem como no Problema do El Farol, os agentes utilizam-se de um simples algoritmo de aprendizado indutivo para decidir suas ações (detalhes serão fornecidos na próxima seção). A criação de algoritmos de aprendizagem é uma das principais áreas de pesquisa em IA (mais especificamente, da subárea de Aprendizado de Máquina). Em particular, uma das correntes filosóficas que norteiam a IA dedica-se à caracterização da inteligência humana (Russell and Norvig 2004), encaixando-se no conceito de racionalidade limitada que permeia o MG.

Assim, o *Minority Game* é um exemplo de convergência entre três áreas aparentemente distintas. Trata-se de um modelo originado na Física, com inspiração na Economia e que contém elementos de Inteligência Artificial. Enquanto o modelo é amplamente estudado por físicos e economistas, recentemente este tem se tornado também objeto de estudos em IA. O presente trabalho se propõe a salientar os elementos de IA inseridos no jogo, mostrando o porquê deste ser um modelo interessante para a área.

Para tanto, damos um enfoque diferente ao normalmente dado ao jogo. Enquanto tanto físicos como economistas se preocupam com propriedades globais, como o número de agentes no bar, aqui nos preocupamos com a *construção* de agentes. Nos perguntamos quais são as características que um agente eficaz deve ter e em que contextos estas características se aplicam. Este tipo de abordagem é reconhecido como de maior utilidade para a IA, conforme defendido em (Shoham et al. 2004).

Dentro do ambiente do MG, focamos uma de suas principais propriedades: o tamanho da memória dos agentes. Verificamos como tal propriedade afeta a eficácia de um agente quando em um mesmo ambiente composto por agentes heterogêneos. Partindo destes resultados, tiramos conclusões sobre a evolução do tamanho de memória no jogo.

[1] No original, *bounded rationality*.
[2] Em tradução livre: Jogo da Minoria

O próximo capítulo introduz o *Minority Game* com mais detalhes e analisa sua utilidade para a IA. No Capítulo 3, realizamos estudos experimentais sobre o efeito do tamanho de memória no desempenho de um agente. Já no Capítulo 4 utilizamos os resultados obtidos até então para raciocinar sobre a evolução de tamanhos de memória. O Capítulo 5 conclui o trabalho.

2. O Minority Game

O *Minority Game* em sua forma mais simples é um jogo iterativo composto por N agentes (onde N é um número ímpar) e dois grupos. Cada agente deve decidir em cada rodada, sem comunicação, por estar em um dos dois grupos. Ao final da rodada, os agentes no grupo com o menor número de agentes (grupo da minoria) são recompensados. Este simples sistema tem sido utilizado para modelar diversos fenômenos econômicos e mesmo outros sistemas dinâmicos, tais como ao termos que decidir entre duas rodovias que chegam ao mesmo lugar (Bazzan et al. 2000) (desejamos, normalmente, estar na rodovia menos movimentada). Este é um jogo que, pela sua definição, pode ser enganoso para a maioria dos agentes envolvidos: se a maioria acredita que um determinado grupo será o da minoria, então este não o será.

Como devem então os agentes decidir? Uma opção é utilizar raciocínio estratégico (Kraus 2001). Cada agente raciocina sobre o que os outros agentes estão raciocinando. Porém, tal opção gera linhas de raciocínio recursivas que, se assumirmos sem limites, retorna à teoria da racionalidade perfeita e à Teoria dos Jogos. Adicionalmente, esta abordagem exige que todos os agentes tenham o mesmo tipo de racionalidade e que isto seja de conhecimento comum. Se cada agente não puder assumir exatamente o tipo de pensamento que outro agente terá, a linha de raciocínio não pode ser completada. Em jogos (e cenários) com muitos agentes, o problema se agrava substancialmente.

Dentro de um contexto de racionalidade limitada, uma opção bastante simples é ignorar que se está em um jogo composto por agentes, racionais ou não, e apenas observar o comportamento do sistema no tempo. No MG, os agentes têm acesso à informação de qual grupo foi o grupo da minoria nas últimas M rodadas. O valor M é conhecido como a memória dos agentes e é o mesmo para todos agentes em um jogo. Desta forma, deixamos de lado o pensamento estratégico e adotamos uma forma de *aprendizado indutivo* (Mitchell 1997) para observar estas informações e, a partir delas, decidir por um grupo a cada rodada.

O algoritmo de aprendizado usualmente utilizado é como segue. Cada agente possui um conjunto de estratégias. Uma estratégia é representada por uma tabela-verdade que fornece, para cada combinação possível sobre M, que decisão o agente deve tomar (i.e. que grupo escolher). Assim, existem 2^{2^M} possíveis estratégias. Cada agente, no início do jogo, toma aleatoriamente S estratégias para si. Associado a cada estratégia está um valor de “aptidão” (*fitness*) que é calculado da seguinte forma: a cada rodada, cada agente testa todas suas estratégias sobre a rodada anterior e verifica quais teriam tomado a decisão correta; estas tem seu valor de aptidão aumentado segundo uma função definida. Na rodada atual, cada agente utiliza sua estratégia com maior valor de aptidão.

Apesar de simples, o MG apresenta alguns comportamentos interessantes. Vamos denominar $A(t)$ a função que fornece a desigualdade entre os grupos (Moro 2004):

$$A(t) = \sum_{i=1}^{N} a_i(t)$$

onde $a_i(t) \in \{+1, -1\}$ é a decisão do agente i no turno t (os grupos são denominados, por conveniência matemática, como “+1” e “-1”).

A Fig. 1(a) mostra $A(t)$ para diferentes valores de M. Observamos que enquanto existe uma padrão periódico para valores baixos de M, o mesmo não é observado para valores mais

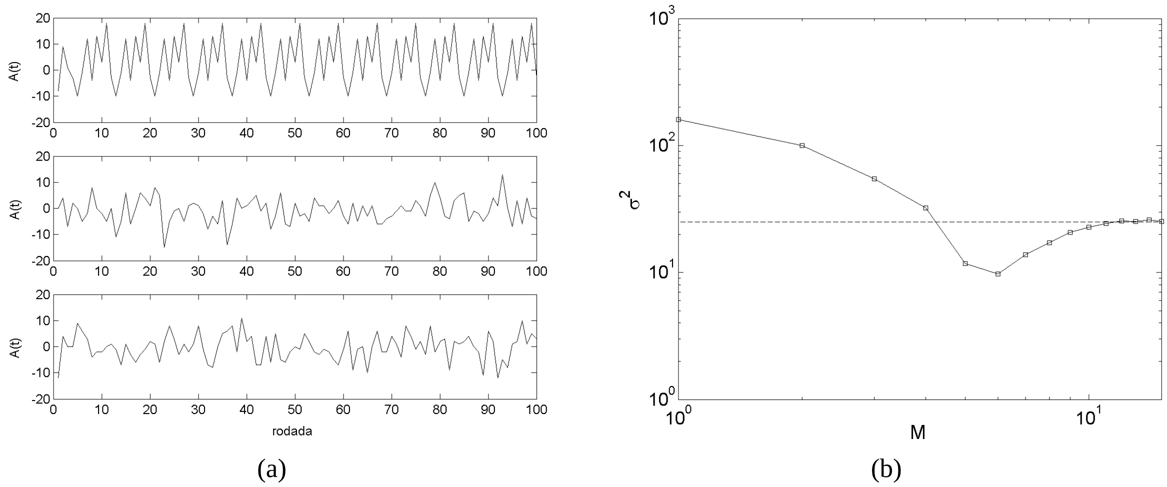

Figura 1: (a) $A(t)$ **para** $M = 1, M = 6eM = 10$ **e (b) variância em função de** M **para o MG tradicional**

altos. Porém, podemos observar que a média se mantém sempre em zero, que é uma previsão possível de ser feita com a Teoria dos Jogos assumindo racionalidade perfeita. Porém, em (Challet and Zhang 1997) é introduzida uma nova medida: a *volatilidade*. Volatilidade é um termo da Economia que, neste contexto, denota uma medida da eficiência de utilização de recursos no jogo. Um jogo é dito mais eficiente se ele distribui melhor os recursos disponíveis. Isto significa que a eficiência é determinada pelo número de agentes vencendo no jogo, isto é, pelo tamanho do grupo da minoria.

A eficiência do MG é freqüentemente associada à *variância estatística* de $A(t)$:

$$\sigma^2 = \frac{1}{(T - t_0)} \sum_{t=t_0}^{T} (A(t) - \langle A(t) \rangle)^2$$

onde T é o número de rodadas totais no jogo e t_0 é a rodada onde $A(t)$ é considerado fora do estado de transiência, i.e. livre das influências de inicializações aleatórias (obtido por inspeção de $A(t)$). Sabe-se que σ^2 é função unicamente de uma variável de controle $\alpha = \frac{2^M}{N}$.

Neste trabalho, consideramos N fixo e tomamos M como a única variável de controle. Na Fig. 1(b) mostramos σ^2 em função de M. Muitos esforços têm sido empreendidos na busca por uma equação analítica para tal curva (e.g. (Savit et al. 1999; Challet and Marsili 2000; Manuca et al. 2000)). A linha tracejada representa a variância esperada se todos agentes decidissem aleatoriamente a cada rodada (chamaremos este caso de *caso aleatório*) e tem o valor de $N/4$ (Moro 2004). Pode-se observar três fases distintas nesta curva: (i) fase ineficiente: para valores baixos de M, a variância apresenta valores altos, muito acima do esperado para o caso aleatório; (ii) fase aleatória: para valores altos de M, a variância torna-se exatamente a esperada para o caso aleatório; (iii) fase eficiente: para valores intermediários de M, a variância atinge valores *abaixo* do esperado para o caso aleatório.

Este último caso é interessante, pois mostra que agentes baseados em aprendizado, sem racionalidade perfeita, podem atingir eficácia superior a se estivessem decidindo de forma aleatória (estratégia esta sugerida pela Teoria dos Jogos (Arthur 1994)). Os agentes estão, de certa forma, se auto-organizando para reduzir as perdas no sistema (Zhang 1998). Este é um comportamento *emergente*, uma vez que nenhum agente individualmente se preocupa com a eficiência do sistema, apenas com seus próprios ganhos.

Desta forma, ao contrário da distribuição média de agentes entre os grupos, a eficiência do MG é algo que não pode ser previsto assumindo racionalidade perfeita, uma vez que eficiência é função direta de uma limitação dos agentes: o tamanho de memória. Propriedades globais, como a mostrada na curva da Fig. 1(b), são amplamentes estudadas principalmente por físicos. No entanto, como notado em (Shoham et al. 2004) em um contexto mais geral, o estudo de propriedades globais a partir de agentes homogêneos é de pouca utilidade para a área de IA. Uma agenda mais coerente com a proposta da área seria a de estudar como *construir* agentes para atuar em tais jogos. Aqui, fazemos exatamente isto: damos um enfoque sobre a construção de agentes para o MG. Mais especificamente, estudamos a principal propriedade de um agente no MG, seu tamanho de memória, e sua influência no *desempenho* desse agente, deixando parcialmente de lado propriedades globais do jogo.

3. Tamanho de memória e desempenho de agentes

Nosso objetivo principal é responder à pergunta "*qual o tamanho de memória ideal para um agente imerso em um ambiente composto de outros agentes com tamanhos de memória diferentes?*". Desta forma, estamos iniciando a resposta de como construir um agente completo para atuar em tais ambientes.

Definimos inicialmente nossa metodologia. Como medida de desempenho de um agente tomamos sua fração de decisões corretas durante um jogo:

$$f_i = \frac{\text{decisões corretas de } i}{T}$$

Desejamos estudar o desempenho de um agente em particular, que chamaremos de *agente- alvo*, dentro de diferentes *ambientes*. Definimos um ambiente como um MG completo, com um número par N de agentes homogêneos com tamanho M de memória. Comparamos o desempenho do agente-alvo à média de desempenhos f_{med} dos agentes no ambiente:

$$f_{med} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f_i$$

Desejamos estudar o agente-alvo imerso em ambientes nas três fases do jogo. Para tanto, escolhemos ambientes com $M = 3$ (fase ineficiente), $M = 6$ (fase eficiente) e $M = 10$ (fase aleatória). Inserimos então o agente-alvo com tamanhos de memória (m) abaixo de, iguais a e acima de M (para todo M, $1 \leq m \leq 12$). Tomamos N como um valor alto o suficiente de modo que o agente-alvo não tenha influência sobre a fase do sistema. Fixamos para a simulação $N = 100$, $T = 5000$ (número total de rodadas) e $S = 2$ (valores razoavelmente padrões adotados na literatura). Todos resultados apresentados aqui são médias de 50 simulações independentes com diferentes inicializações.

A Fig. 2 mostra os resultados para $M = 3$. Observamos que para $m \leq M$ o desempenho do agente-alvo é comparável à média do ambiente enquanto para $m > M$ o desempenho é consideravelmente superior a esta média. Com o ambiente nesta fase ineficiente, um agente dotado de maior memória obtém melhor desempenho. Isto está de acordo com a crença comum de que agentes com acesso a uma maior quantidade de informações têm melhores resultados. Trata-se de uma crença razoável: uma memória maior garante ao agente uma janela maior na qual procurar por padrões. De fato, na seção anterior vimos que para valores baixos de M o MG apresenta padrões em $A(t)$, que podem ser explorados.

Porém, na Fig. 3 vemos que o ganho no desempenho com o aumento da memória nem sempre acontece. Para $M = 6$ o sistema encontra-se na sua fase eficiente e observamos que para $m > M$ o desempenho do agente-alvo é *inferior* à média do ambiente. Para $m \leq M$ o desempenho é comparável à média. Nesta fase, o agente-alvo não obtém vantagem com o acesso a mais informações, contrariando, de certa forma, o senso comum.

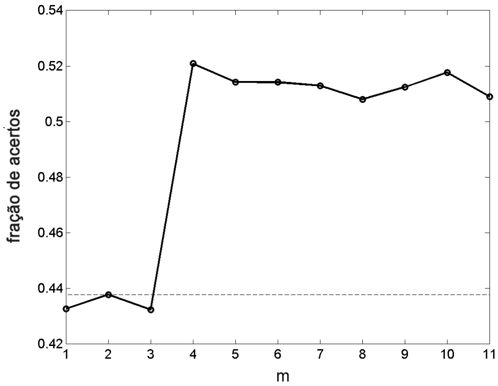

Figura 2: Desempenho do agente-alvo com diferentes valores de m e $M = 3$

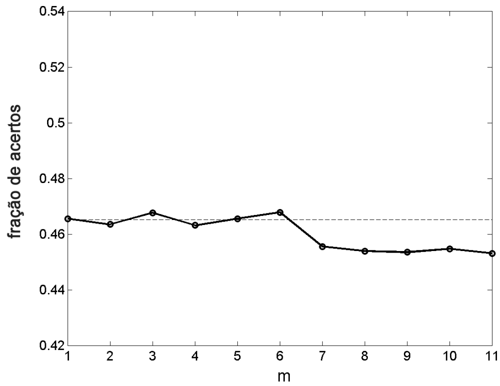

Figura 3: Desempenho do agente-alvo com diferentes valores de m e $M = 6$

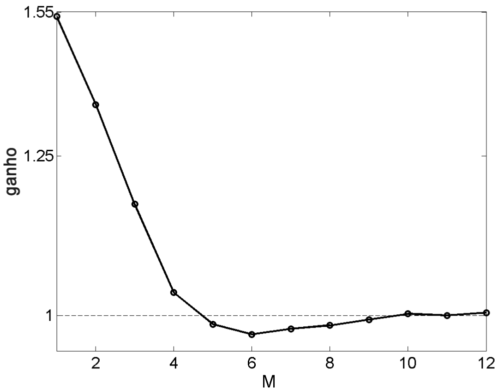

Figura 4: Ganhos do agente-alvo em relação à média do ambiente e $m = M + 1$

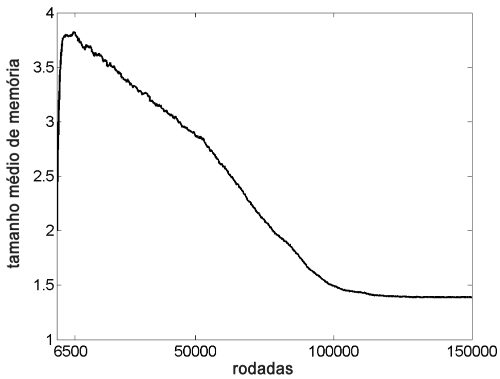

Figura 5: Evolução de M_{med} em um jogo onde mutação e seleção estão presentes

Por fim, para $M = 10$, observamos que o desempenho do agente-alvo independe de seu tamanho de memória. Para todo m seu desempenho é igual à média do ambiente.

Podemos observar melhor o que acontece para uma faixa mais ampla de M na Fig. 4, onde mostramos o ganho de desempenho $\frac{f_i}{f_{med}}$ do agente-alvo em relação à média do ambiente para $1 \leq M \leq 12$ e $m = M + 1$, isto é, com o agente-alvo tendo um bit a mais de memória que o ambiente. Comprovamos que os ganhos permanecem inferiores à média do ambiente para toda extensão da fase eficiente e superiores na fase ineficiente.

Repetimos também o experimento anterior, mas tomando $m = M - 1$. Observamos que agentes com tamanho de memória inferior ao do ambiente mantêm seu desempenho igual à média do ambiente para todo M simulado, o que é de certa forma inesperado. Enquanto para a fase ineficiente um agente se beneficia de uma memória maior, em nenhuma fase ter uma memória *menor* mostra-se danoso ou benéfico ao desempenho do agente.

Estes experimentos mostram que a decisão por um tamanho de memória específico ao construirmos um agente para o MG deve levar em conta a fase em que o sistema se encontra ou ser tomada de forma dinâmica durante o jogo, o que é analisado em (Li et al. 2000). Vimos que se o sistema se encontra em sua fase ineficiente, podemos tornar o agente mais eficaz ajustando seu tamanho de memória para um valor maior que o tamanho de memória dos agentes no ambiente. Por outro lado, se o sistema se encontra na fase eficiente, então deve-se cuidar para que o tamanho de memória do agente não exceda o do ambiente.

4. Evolução e adaptação do tamanho de memória

Até agora tratamos o agente-alvo como imerso em um ambiente relativamente estático. Enquanto os agentes no ambiente podiam se adaptar através da escolha de estratégias a serem utilizadas, nada podiam fazer em relação ao seu tamanho de memória. O agente-alvo foi tratado como um agente especial, o único agente com alguma propriedade diferente da dos demais. No entanto, não há motivos para tratar um único agente de forma especial em cenários mais realísticos.

Quando um agente obtém um desempenho superior, pode-se argumentar que outros agentes irão copiar suas propriedades para obter os mesmos benefícios. Raciocínio idêntico é válido mesmo se considerarmos o tamanho de memória como uma característica sobre a qual os agentes não têm controle, mas que pode ser alterada de forma aleatória entre gerações por algo como uma mutação: agentes com melhores desempenhos terão melhores chances de sobreviver e as características favoráveis se espalharão pela população com o tempo.

Consideramos nesta seção exatamente este tipo de sistema. Supomos um MG onde os agentes podem, individualmente, e com probabilidade p_m, alterar em um bit seu tamanho de memória. Periodicamente, alguns dos piores agentes são descartados e substituídos por novos agentes com o mesmo tamanho de memória do melhor agente. O número de agentes descartados, ou a forma com que são escolhidos, não é importante no momento. Desejamos compreender como evolui o tamanho de memória neste jogo.

Comecemos supondo uma inicialização onde $\forall i, m_i = 1$. Nesta configuração, o jogo encontra-se na fase ineficiente e qualquer agente i com $m_i > 1$ terá um desempenho superior à média e "sobreviverá". Assim, espera-se que cada vez mais agentes passem a ter uma memória maior, aumentando o tamanho médio de memória (M_{med}). Conforme isto acontece, memórias ainda maiores tornam-se benéficas. Isto configura uma *corrida armamentista*, mas esta é limitada pelo fato de que, quando o jogo entra na fase eficiente (devido ao aumento dos tamanhos de memória), memórias ainda maiores tornam-se danosas ao desempenho dos agentes.

Assim, tal corrida tem um limite superior no primeiro tamanho de memória que configura o sistema como eficiente, o qual chamaremos de M_0. Porém, nossos experimentos na seção anterior mostram que um agente que tenha uma memória de tamanho *inferior* à do ambiente não tem seu desempenho decrescido, logo teria as mesmas chances de permanecer no jogo. Assim, para um jogo onde $\forall i, m_i = M_0$, poderia ser argumentada a possibilidade de ocorrer um decréscimo em M_{med}. No entanto, isto colocaria o jogo novamente em sua fase ineficiente, gerando novamente uma pressão para o aumento de tamanho das memórias. Assim, em M_0, o tamanho de memória não pode nem crescer, nem diminuir.

O mesmo tipo de raciocínio pode ser aplicado se iniciarmos o jogo na sua fase eficiente. Neste caso, tamanhos de memória maiores são danosas, enquanto tamanhos menores são indiferentes. Temos, então, um limite superior, mas nenhum inferior (exceto o limite fundamental de tamanho unitário). Os tamanhos de memória se distribuiriam entre os possíveis abaixo do inicial, reduzindo assim M_{med}. Com esta redução, memórias acima da nova média se tornam danosas e reduz-se também o limite superior. O processo prossegue até atingir M_0 e concluímos, novamente, que o sistema não ultrapassa M_0.

O raciocínio acima mostra que M_0 é um *atrator* para tamanhos de memória se o sistema encontrar-se tanto na fase ineficiente como eficiente. Além disso, pode-se afirmar que M_0 é *evolucionariamente estável*. Uma população é dita evolucionariamente estável se nenhum agente mutante (i.e. com características diferentes das da população) pode se sair melhor que qualquer agente na população atual (Axelrod 1985). Em M_0 este é o caso; um agente com memória maior terá seu desempenho reduzido, enquanto se equipado com memória menor não sofrerá mudança no desempenho.

Resta-nos analisar o que aconteceria com um MG iniciando na fase aleatória. Nossos experimentos mostram que agentes em um jogo nesta fase têm desempenho independente de seu tamanho de memória. Assim, esperar-se-ia que quaisquer tamanhos de memória tivessem iguais chances de sobrevivência, o que resultaria em uma distribuição de tamanhos cobrindo toda faixa de valores possíveis. Se observarmos que há muito mais valores grandes do que pequenos, já que há um limite inferior fundamental ($M = 1$) mas nenhum superior, teríamos o sistema dirigindo-se cada vez mais para dentro da fase aleatória, sendo muito baixa a probabilidade de melhoria na eficiência global.

Dentro de nosso MG idealizado, não há qualquer viés para redução de memória, que pudesse mover o sistema para fora da fase aleatória. No entanto, poder-se-ia argumentar que um crescimento sem limites na memória não é razoável, tanto para sistemas artificiais como naturais. Trabalhar com mais informações, mesmo que não sejam úteis, acarreta em um maior uso de energia ou tempo de processamento que potencialmente se desejaria minimizar. Se supormos tal viés, então um MG iniciando na fase aleatória poderia utilizar-se deste para frear o aumento de tamanho de memória, permitindo que o sistema entrasse na fase eficiente para, finalmente, estabilizar-se em M_0.

É interessante notar que M_0, apesar de situar-se dentro da fase eficiente, não é o ponto de máxima eficiência do jogo. Nossos argumentos levam à conclusão de que se o tamanho de memória puder ser evoluído livremente, o sistema como um todo se estabilizará em uma eficiência sub-ótima.

4.1. Experimentos

Nossos argumentos, em princípio, nos permitem fazer a seguinte previsão: para um MG que inicie na fase ineficiente e possua um mecanismo de mutação e seleção, M_{med} crescerá até estabilizar-se em M_0, o primeiro tamanho dentro da fase eficiente. Observando a Fig. 1(b) verificamos que para o MG tradicional com $N = 101$, $M_0 = 4$.

Em (Challet and Zhang 1997) é feito este experimento e verifica-se que de fato há um aumento em M_{med} até um limite muito próximo ao valor esperado. Ao atingir-se M_0, o crescimento cessa e M_{med} estabiliza-se. Enquanto tal resultado encaixa-se muito bem com os argumentos oferecidos aqui, nossos próprios experimentos mostram um comportamento diferente. A Fig. 5 mostra o resultado de uma simulação com $N = 101$ onde permitimos que o pior agente a cada 100 rodadas altere seu tamanho de memória aleatoriamente em um bit.

Observamos que, de fato, no início da simulação há um forte incremento em M_{med} até que este atinja valores próximos ao esperado ($M_{med} = 4$), mas em seguida há um decremento com estabilização em $M_{med} = 1$. Como este resultado encaixa-se em nosso argumento?

É preciso primeiramente compreender que há dois tipos de adaptação ocorrendo de forma simultânea. O primeiro tipo é uma adaptação do tamanho de memória. Porém, ao alterarmos em um ou mais bits o tamanho de memória de um agente, estamos também alterando todas suas estratégias. De fato, uma estratégia com um bit a mais ou a menos responde a padrões diferentes do que se permanecesse inalterada. Portanto, um segundo tipo de adaptação ocorre no espaço das estratégias: há uma pressão por estratégias que respondam melhor aos padrões gerados. Em (Araújo and Lamb 2004), experimentos são realizados com agentes capazes de adaptarem suas estratégias de forma mais eficiente e é verificado que a dinâmica induzida no jogo difere do MG tradicional. Em particular, esta nova dinâmica tem $M_0 = 1$.

Agora podemos explicar o que acontece no gráfico da Fig. 5. O jogo em seu início é exatamente o MG tradicional, uma vez que os agentes iniciam com mesmo tamanho de memória. Para este jogo, $M_0 = 4$ e, de fato, M_{med} direciona-se a este valor inicialmente e não o ultrapassa. Este incremento inicial é possível devido à adaptação de tamanhos de memória ser mais rápida do que a adaptação das estratégias, uma vez que o espaço de tamanhos de memória é muito menor que o espaço de estratégias (para cada tamanho M de memória há 2^{2^M} estratégias possíveis). Ainda que de forma mais lenta, o espaço de estratégias está se adaptando também e M_0 gradualmente move-se em direção a seu equilíbrio final. À medida que M_0 reduz-se, memórias acima de M_0 tornam-se insustentáveis, causa última da queda observada em M_{med}.

5. Conclusões

O Minority Game é um cenário simples e interessante em termos de pesquisa que situa-se na intersecção da Inteligência Artificial, Economia e Física. Enquanto a ampla maioria dos estudos analíticos realizados sobre este jogo - e outros semelhantes - têm sido feitos por físicos e economistas, mais recentemente este cenário tem despertado a atenção de pesquisadores de IA. Neste artigo, mostramos que as características de sistema complexo e multiagente, como auto-organização e emergência de propriedades a partir de interações simples, tornam o MG um cenário interessante para estudos de aprendizado de máquina dentro da IA. Baseando-nos em argumentos presentes em (Shoham et al. 2004), apresentamos uma abordagem do MG mais relacionada às técnicas e metodologias da Inteligência Artificial.

Utilizamos então a abordagem proposta para realizar um estudo da influência do tamanho de memória de um agente em seu desempenho, de forma que possamos especificar esta propriedade se desejarmos construir um agente para "jogar´´ o MG. Nossos experimentos permitiram observar algo antes inexplorado no jogo: tamanhos maiores de memória nem sempre são uma vantagem para o agente. Verificamos que só é vantajoso ter uma memória maior do que a do ambiente se este se encontrar na fase ineficiente. Quando na fase eficiente, tamanhos de memória maiores reduzem o desempenho do agente.

A partir destes resultados, raciocinamos sobre a evolução e adaptação do tamanho de memória no MG. Argumentamos que existe um ponto evolucionariamente estável, coincidente com o menor tamanho de memória na fase eficiente. Propusemos que este ponto é um atrator para tamanhos de memória, tanto na fase eficiente como ineficiente, argumento este suportado por experimentos. Observamos que tal ponto, apesar de situar-se dentro da fase eficiente, não é o ponto de máxima eficiência. Este é um resultado importante se estivermos construindo sistemas com mecanismos semelhantes ao MG. Se desejarmos que o sistema opere de forma mais eficiente, devemos impor restrições nos tamanhos de memória dos agentes e não permitir que estes evoluam livremente.

Finalmente, salientamos que os estudos realizados aqui são relevantes para áreas como inteligência de enxame (Bonabeau et al. 1997) e inteligência coletiva (Wolpert and Tumer 2001), onde propriedades emergentes da interação de múltiplos agentes são utilizadas para encontrar soluções para problemas, por permitir uma maior compreensão dos efeitos de características individuais de agentes em seus desempenhos e em características globais do sistema.

Agradecimentos: Este trabalho é parcialmente financiado por CAPES, CNPq e FAPERGS.

Referências

[Araújo and Lamb 2004] Araújo, R. M. and Lamb, L. C. (2004). Towards understanding the role of learning models in the dynamics of the minority game. In *Proc. of 16th IEEE ICTAI 2004*, pages 727–731.

[Arthur 1994] Arthur, W. B. (1994). Inductive reasoning and bounded rationality. *American Economic Review*, 84:406–411.

[Axelrod 1985] Axelrod, R. (1985). *The Evolution of Cooperation*. Basic Books.

[Bazzan et al. 2000] Bazzan, A. L., Bordini, R. H., Vicari, R. M., and Wahle, J. (2000). Wayward agents in a commuting scenario (personalities in the minority game). In *Proc. of the Fourth International Conference on Multi-Agent Systems*, pages 55–62. Los Alamitos : IEEE Computer Society.

[Bonabeau et al. 1997] Bonabeau, E., Sobkowski, A., Theraulaz, G., and Deneubourg, J.-L. (1997). Adaptive task allocation inspired by a model of division of labor in social insects. In Lundh, D., Olsson, B., and Narayanan, A., editors, *Biocomputing and Emergent Computation*, pages 36–45. World Scientific.

[Boutilier et al. 1997] Boutilier, C., Shoham, Y., and Wellman, M. (1997). Economic principles of multi-agent systems. *Artificial Intelligence*, (94):1–6.

[Challet and Marsili 2000] Challet, D. and Marsili, M. (2000). Relevance of memory in the minority game. *Phys. Rev. E*, (62).

[Challet and Zhang 1997] Challet, D. and Zhang, Y.-C. (1997). Emergence of cooperation and organization in an evolutionary game. *Physica A*, 246:407.

[Farmer 1999] Farmer, J. D. (1999). Physicists attempt to scale the ivory towers of finance. *Computing in Science and Engineering*.

[Kahneman 2003] Kahneman, D. (2003). Maps of bounded rationality: Psychology for behavioral economics. *The American Economic Review*, 93(5):1449–1475.

[Kraus 2001] Kraus, S. (2001). *Strategic Negotiation in Multiagent Environments*. Cambridge: The MIT Press.

[Li et al. 2000] Li, Y., Riolo, R., and Savit, R. (2000). Evolution in minority games ii. games with variable strategy spaces. *Physica A*, 276(1-2):265–283.

[Manuca et al. 2000] Manuca, R., Li, Y., Riolo, R., and Savit, R. (2000). The structure of adaptive competition in minority games. *Physica A*, 282:559.

[Mitchell 1997] Mitchell, T. (1997). *Machine Learning*. Boston: McGraw-Hill.

[Moro 2004] Moro, E. (2004). The minority game: an introductory guide. In Korutcheva, E. and Cuerno, R., editors, *Advances in Condensed Matter and Statistical Physics*. Nova Science Publishers.

[Rubinstein 1998] Rubinstein, A. (1998). *Modeling Bounded Rationality*. Zeuthen Lecture Book Series. The MIT Press, Cambridge, Massachussets.

[Russell 1997] Russell, S. (1997). Rationality and intelligence. *Artificial Intelligence*, (94):57–77.

[Russell and Norvig 2004] Russell, S. and Norvig, P. (2004). *Inteligência Artificial*. Rio de Janeiro: Elsevier.

[Savit et al. 1999] Savit, R., Manuca, R., and Riolo, R. (1999). Adaptive competition, market efficiency, phase transitions and spin-glasses. *Physical Review Letters*, 82:2203.

[Shoham et al. 2004] Shoham, Y., Powers, R., and Grenager, T. (2004). On the agenda(s) of research on multi-agent learning. In *Proc. of AAAI Fall Symposium on Artificial Multi-Agent Learning*.

[Simon 1955] Simon, H. A. (1955). A behavioral model of rational choice. *The Quarterly Journal of Economics*, 69.

[Wolpert and Tumer 2001] Wolpert, D. H. and Tumer, K. (2001). An introduction to collective intelligence. Technical Report NASA-ARC-IC-99-63, NASA.

[Zhang 1998] Zhang, Y.-C. (1998). Modeling market mechanism with evolutionary games. *Europhysics News*.